



Student's Copy

02/GO/CC/M-2025 – 46

STATISTICS

Serial No.

3500018

Time : 3 Hours]

[Full Marks : 300

Section – I

खण्ड – I

1. Answer the following questions :

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिये :

(a) If A and B are two events such that $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, then find out

(i) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

(ii) $P[(\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})]$

(iii) $P(A/B)$

(iv) $P(B/A)$

10

यदि A तथा B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ तथा $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, तो ज्ञात कीजिये

(i) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

(ii) $P[(\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})]$

(iii) $P(A/B)$

(iv) $P(B/A)$

(b) Use Chebychev's inequality to determine how many times a fair coin must be tossed in order that the probability will be at least (0.9) that the ratio of the observed number of heads to the number of tosses will lie between (0.4) and (0.6) ?

10

चेबीचेव असमिका का प्रयोग करते हुये सिक्कों की उछालों की ऐसी संख्या ज्ञात कीजिये जिसमें इसकी प्रायिकता कम से कम (0.9) हो कि कुल प्राप्त शीर्षों का उछालों से अनुपात (0.4) तथा (0.6) के मध्य हो ?

02/GO/CC/M-2025 – 46

(Turn Over)



(c) Yields of wheat for three years are as follows :

Year (X) : 1 2 3

Yield (Y) : Y_1 Y_2 Y_3

Obtain a test for the hypothesis $H_0 : \beta_{YX} = 0$ against $H_1 : \beta_{YX} \neq 0$, where $\alpha = 0.05$ and β_{YX} is the regression coefficient of Y on X.

10

गेहूँ की तीन वर्षों की उपज निम्नलिखित हैं :

वर्ष (X) : 1 2 3

उपज (Y) : Y_1 Y_2 Y_3

परिकल्पना $H_0 : \beta_{YX} = 0$ का परीक्षण $H_1 : \beta_{YX} \neq 0$ के विरुद्ध ज्ञात कीजिये, जबकि $\alpha = 0.05$ तथा β_{YX} , Y का X पर समाश्रयण गुणांक है।

(d) Describe run test for randomness with examples.

10

उदाहरणों के साथ यादृच्छिकता के लिए रन परीक्षण का वर्णन कीजिये।

(e) Under what conditions the inequality becomes an equality in case of Cramer Rao lower bound ? Explain it and cite an example.

10

क्रेमर राव निम्नतम प्रतिबन्ध में असमता किन परिस्थितियों में समता बन जाती है ? इसे समझाइये तथा एक उदाहरण दीजिये।

2. (a) Four unbiased coins are tossed simultaneously. Find the probability of getting exactly three tails if it is known that first toss is a tail.

15

चार अनभिनत सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं। अगर यह ज्ञात है कि पहले सिक्के पर पट (टेल) है, तो तीन पट (टेल) मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

(b) Let Y have the probability function $f_Y(n) = \binom{n+r-1}{n} p^r q^n$; $n = 0, 1, 2, \dots$, $p > 0$,

$p + q = 1$, show that $T = \left\{ \frac{(r-1)}{r+y-1} \right\}$ is an unbiased estimator of p.

20

माना कि Y का प्रायिकता फलन $f_Y(n) = \binom{n+r-1}{n} p^r q^n$ है; $n = 0, 1, 2, \dots$, $p > 0$,

$p + q = 1$, दिखाइये कि $T = \left\{ \frac{(r-1)}{r+y-1} \right\}$, p का अनभिनत आकलक है।



- (c) For the sequence $\{X_k\}$ of independent random variables $P(X_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}$, $P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$, examine whether weak law of large numbers holds for the sequence $\{X_k\}$. 15

स्वतन्त्र यादृच्छिक चरों की श्रृंखला $\{X_k\}$ के लिये $P(X_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}$, $P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$, श्रृंखला $\{X_k\}$ के लिये निर्बल बृहत् संख्या नियम की सन्तुष्टि का परीक्षण कीजिये।

Or/अथवा

- (a) Define multivariate normal distribution and obtain its characteristics function. 15
बहुचर प्रसामान्य बंटन को परिभाषित कीजिये तथा इसका अभिलक्षण फलन ज्ञात कीजिये।
(b) Let X and Y be two independent normal variates with mean zero and variance

σ^2 . Then find out distribution of $\left(\frac{X^2 + Y^2}{\sigma^2}\right)$. 15

माना कि X तथा Y दो स्वतन्त्र प्रसामान्य चर हैं जिनका माध्य शून्य एवं प्रसरण σ^2 है। तो $\left(\frac{X^2 + Y^2}{\sigma^2}\right)$ का बंटन ज्ञात कीजिये।

- (c) Write down the general linear model with usual symbols and assumptions. What happens when these assumptions are violated? Explain. 20
सामान्य रैखिक मॉडल को उसमें प्रयुक्त चिह्नों एवं मान्यताओं के साथ लिखिये। क्या होता है जब इन मान्यताओं का उल्लंघन होता है? समझाइये।

3. (a) Consider three mutually independent random variables Y_1, Y_2 and Y_3 having common variance σ^2 and $E(Y_1) = \theta_1 + \theta_3$, $E(Y_2) = \theta_1 + \theta_2$ and $E(Y_3) = \theta_1 + \theta_3$. Determine the condition of estimability of the linear parametric function $I'\theta = I_1\theta_1 + I_2\theta_2 + I_3\theta_3$ and obtain a solution of normal equations. 15

सामान्य प्रसरण σ^2 एवं $E(Y_1) = \theta_1 + \theta_3$, $E(Y_2) = \theta_1 + \theta_2$ तथा $E(Y_3) = \theta_1 + \theta_3$ रखने वाले तीन परस्पर स्वतन्त्र यादृच्छिक चरों Y_1, Y_2 एवं Y_3 पर विचार कीजिए। रैखिक प्राचलीय फलन $I'\theta = I_1\theta_1 + I_2\theta_2 + I_3\theta_3$ के आकलनीयता की दशा का निर्धारण कीजिये तथा सामान्य समीकरणों का हल निकालिये।

- (b) Let X, Y and Z = (X + 2Y) be three random variables such that $V(X) = 4$, $V(Y) = 3$ and $V(Z) = 4$, then find out covariance and correlation coefficient between X and Y. 15
माना कि X, Y तथा Z = (X + 2Y) तीन यादृच्छिक चर इस प्रकार हैं कि $V(X) = 4$, $V(Y) = 3$ तथा $V(Z) = 4$, तो X तथा Y के मध्य सहप्रसरण एवं सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिये।



- (c) State inversion theorem on characteristic function. Hence, find the probability density function corresponding to the characteristic function

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 - |t|; & |t| \leq 1 \\ 0; & |t| > 1 \end{cases}$$

20

अभिलक्षण फलन पर प्रतिलोमन प्रमेय का कथन लिखिये। अतएव, अभिलक्षण फलन

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 - |t|; & |t| \leq 1 \\ 0; & |t| > 1 \end{cases} \text{ के अनुरूप प्रायिकता घनत्व फलन ज्ञात कीजिये।}$$

Or/अथवा

- (a) Define complete and sufficient statistic of a parameter and write down their importance in statistical inference citing examples.

15

एक प्राचल के पूर्ण एवं पर्याप्त प्रतिदर्शज को परिभाषित कीजिये तथा उदाहरणों सहित सांख्यिकी निष्कर्ष में उनकी महत्ता लिखिये।

- (b) Show that every Bernoulli sequence of random variables obeys the central limit theorem.

15

दिखाइये कि यादृच्छिक चरों की प्रत्येक बर्नौली श्रृंखला केन्द्रीय सीमा प्रमेय का अनुसरण करती है।

- (c) Define likelihood ratio test. In $N(\theta, \sigma^2)$, where σ^2 is unknown, find out likelihood ratio test for testing $H_0 : \theta = \theta_0$ against $H_1 : \theta \in (\Omega - \theta_0)$, where Ω is the parametric space for θ . α is the size of the test.

20

संभाव्यता अनुपात परीक्षण को परिभाषित कीजिये। $N(\theta, \sigma^2)$, जहाँ σ^2 अज्ञात है, में $H_1 : \theta \in (\Omega - \theta_0)$ के विरुद्ध $H_0 : \theta = \theta_0$, जहाँ Ω , θ के लिये प्राचलिक अन्तराल है, के परीक्षण के लिये संभाव्यता अनुपात परीक्षण ज्ञात कीजिये। α परीक्षण का आकार है।

Section - II

खण्ड - II

4. Answer the following questions :

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिये :

- (a) In a simple random sampling without replacement, a sample of size 4 is taken from the population whose variable values are 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 and 12. Calculate

- (i) Population mean and
(ii) Variance of sample mean.

10

एक प्रतिस्थापन रहित सरल यादृच्छिक प्रतिचयन में 4 आमाप का प्रतिदर्श समष्टि, जिसमें चर मान 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 एवं 12 हैं, से लिया गया है।

- (i) समष्टि माध्य तथा
(ii) प्रतिदर्श माध्य का प्रसरण ज्ञात कीजिये।



- (b) If the ratio between Laspeyres' and Paasche's index numbers is (28/27), then find the missing value (?) in the table given below :

10

Commodity	Base Year		Current Year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	1	10	2	5
B	1	5	(?)	2

यदि लेसपियरे एवं पाश्ची सूचकांकों का अनुपात (28/27) है, तो नीचे दी सारिणी में लुप्त मान (?) ज्ञात कीजिये :

वस्तु	आधार वर्ष		वर्तमान वर्ष	
	मूल्य	मात्रा	मूल्य	मात्रा
A	1	10	2	5
B	1	5	(?)	2

- (c) Determine the expressions of reliability function and hazard function of Weibull distribution.

10

वेइबुल बंटन का विश्वसनीयता फलन एवं जोखिम फलन का व्यंजक निकालिये ।

- (d) Define slack, surplus and artificial variables with examples in a linear programming problem (LPP). Also, write down the standard form and canonical form of a Linear Programming Problem (LPP).

10

एक रैखिक प्रक्रमन समस्या में न्यूनतापूरक, आधिक्य तथा कृत्रिम चरों की परिभाषा उदाहरणों सहित दीजिये । एक रैखिक प्रक्रमन समस्या (LPP) को प्रमाणिक रूप तथा विहित रूप में लिखिये ।

- (e) Complete the following life table marked with question marks (?) :

10

Age x	l_x	d_x	p_x	q_x	L_x	T_x	e_x°
40	762270	?	?	?	?	27296732	?
41	758580	—	—	—	—	?	?

निम्नलिखित जीवन सारिणी की प्रश्नवाचक चिह्नों (?) को पूर्ण कीजिये :

आयु x	l_x	d_x	p_x	q_x	L_x	T_x	e_x°
40	762270	?	?	?	?	27296732	?
41	758580	—	—	—	—	?	?



5. (a) What is stratified sampling ? How does it differ from other methods of sampling ? Find the expressions of variance of estimated mean in stratified random sampling under

- (i) Random allocation
- (ii) Proportional allocation and
- (iii) Optimum allocation

20

स्तरित प्रतिचयन क्या है ? यह अन्य प्रतिचयन विधियों से किस प्रकार भिन्न है ?

- (i) यादृच्छिक आवंटन
- (ii) समानुपाती आवंटन तथा
- (iii) अनुकूलतम आवंटन के अन्तर्गत स्तरित यादृच्छिक प्रतिचयन में आकलित माध्य के प्रसरण को ज्ञात कीजिये ।

- (b) What do you mean by statistical quality control ? Define Consumer's risk, Producer's risk and OC function. In a double sampling plan with $N = 1000$, $n_1 = 50$, $C_1 = 3$, $n_2 = 100$, $C_2 = 5$, explain how would you draw conclusions ?

15

सांख्यिकीय गुणवत्ता नियन्त्रण से आप क्या समझते हैं ? उपभोक्ता जोखिम, उत्पादक जोखिम तथा कार्यक्षमता लक्षण वक्र (OC) फ़ंक्शन को परिभाषित कीजिये । एक द्वि प्रतिचयन योजना, जिसमें $N = 1000$, $n_1 = 50$, $C_1 = 3$, $n_2 = 100$, $C_2 = 5$ है, तो इससे आप निष्कर्ष कैसे ज्ञात करेंगे ?

- (c) What do you understand by scaling of test items ? What are raw scores, standard scores and T-scores ? In a behavioural study on a group of students with mean 86 and s.d. 15, Ramesh scored 91 and Mahendra 83. Express these raw scores in standard scores with mean 500 and s.d. 100.

15

परीक्षण मदों के मापक्रमन से आप क्या समझते हैं ? अस्थायी (रॉ) स्कोर, मानक स्कोर तथा T-स्कोर क्या हैं ? छात्रों के समूह के एक व्यवहारिक अध्ययन में माध्य 86 तथा मानक विचलन 15 है, रमेश का स्कोर 91 एवं महेन्द्र का स्कोर 83 है । इन अस्थायी (रॉ) स्कोरों को मानक स्कोरों में दर्शाइये यदि बंटन का माध्य 500 तथा मानक विचलन 100 है ।

Or/ अथवा

- (a) What is the basis of control charts ? Discuss p-chart and c-chart with suitable examples along with their merits and demerits.

15

नियन्त्रण चित्रों का आधार क्या है ? p-चित्र एवं c-चित्र का वर्णन उपयुक्त उदाहरणों तथा उनके गुण-दोषों के साथ कीजिये ।

- (b) What are factorial experiments ? Explain why are they considered better than other experiments. Describe the situations where they may be used giving examples.

20

बहुउपादानी प्रयोग क्या है ? इनको अन्य प्रयोगों की तुलना में अच्छा क्यों माना जाता है ? उन परिस्थितियों का उदाहरणों सहित वर्णन कीजिये जहाँ इनका प्रयोग किया जा सकता है ।



- (c) Define fixed base index numbers and chain base index numbers.
From the chain base index numbers given below, calculate fixed base index numbers.

15

Year	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Chain Base Index Number	94	104	104	93	103	102

निश्चित आधार सूचकांक तथा श्रृंखला आधार सूचकांक को परिभाषित कीजिये ।

नीचे दिये श्रृंखला आधार सूचकांकों से निश्चित आधार सूचकांकों की गणना कीजिये :

वर्ष	2019	2020	2021	2022	2023	2024
श्रृंखला आधार सूचकांक	94	104	104	93	103	102

6. (a) If the arrival pattern in a queuing problem follows Poisson distribution, then show that the random variable T, representing the inter arrival time, follows the exponential distribution.

15

यदि एक कतारबद्ध समस्या में आगमन प्रतिरूप प्वासॉ बंटन का अनुसरण करता है, तो दिखाइये कि यादृच्छिक चर T, जो अन्तर आगमन समय को दर्शाता है, चरघातीय बंटन का अनुसरण करता है ।

- (b) Explain the problem of heteroscedasticity in general linear regression model.
Discuss its consequences with examples.

15

सामान्य रैखिक समाश्रयण प्रारूप में विषम विचालिता की समस्या को समझाइये । इसके प्रभावों का वर्णन उदाहरणों सहित कीजिये ।

- (c) Solve the following linear programming problem by Big-M method :

Minimize $Z = 2x + y$

subject to the conditions

$$3x + y = 3, 4x + 3y \geq 6$$

$$x + 2y \leq 3, x \geq 0, y \geq 0$$

20

निम्नलिखित रैखिक प्रक्रमन समस्या का हल Big-M विधि से ज्ञात कीजिये :

$$Z = 2x + y \text{ को न्यूनतम कीजिये}$$

जबकि प्रतिबन्ध है

$$3x + y = 3, 4x + 3y \geq 6$$

$$x + 2y \leq 3, x \geq 0, y \geq 0$$

Or/अथवा



- (a) What is meant by vital statistics ? Why generally crude death rates of two places cannot be compared ? Explain the indirect and direct methods of finding standardized death rates. 15

जीवन सम्बन्धी सांख्यिकी क्या है ? दो स्थानों की अशोधित मृत्यु दरों की तुलना क्यों नहीं हो सकती है ? मानकीकृत मृत्यु दर ज्ञात करने की प्रत्यक्ष तथा अप्रत्यक्ष विधियों को समझाइये ।

- (b) What do you mean by time series ? Describe the components of a time series. Discuss different methods for determining trend in a time series. How is trend eliminated ? 20

काल श्रेणी से आप क्या समझते हैं ? काल श्रेणी के अवयवों की व्याख्या कीजिये । एक काल श्रेणी में उपनति ज्ञात करने की विभिन्न विधियों का वर्णन कीजिये । उपनति को कैसे अलग किया जाता है ?

- (c) Define ratio estimator for estimating population mean. Show that it is biased. Obtain the upper bound of its bias. 15

समष्टि माध्य के आकलन के लिये अनुपात आकलक परिभाषित कीजिये । दिखाइये कि यह अभिनत है । इसकी अभिनतता का उच्चतम प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिये ।